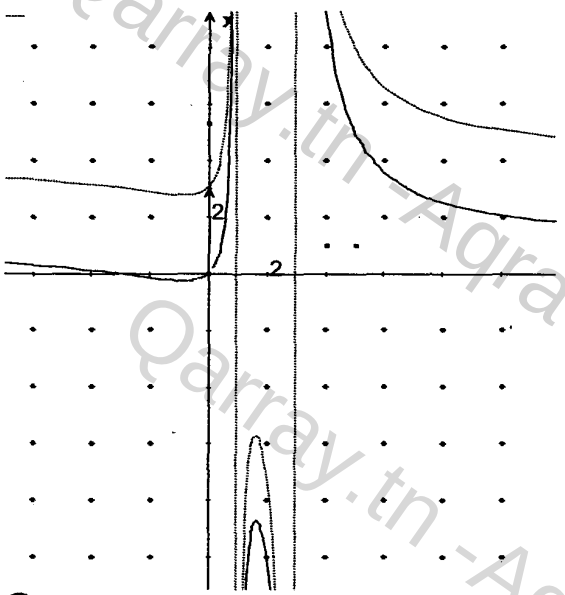
● les asymptotes de C_f sont les droites d'équations $x = 1$, $x = 3$ et $y = 1$

●
$$f'(x) = \frac{(x^2+3x)'(x^2-4x+3)-(x^2+3x)(x^2-4x+3)'}{(x^2-4x+3)^2}$$
$$f'(x) = \frac{(2x+3)(x^2-4x+3)-(x^2+3x)(2x-4)}{(x^2-4x+3)^2}$$
$$f'(x) = \frac{-7x^2+6x+9}{(x^2-4x+3)^2}; x \in Df$$
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -7x^2+6x+9 = 0$$
$$\Delta' = b'^2 - ac = 9+9.7 = 8.9 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 6\sqrt{2}$$
$$x' = x' = \frac{3-6\sqrt{2}}{7} \simeq -0,78 \text{ et } x'' = \frac{3+6\sqrt{2}}{7} \simeq 1,6$$

x	$-\infty$	x'		1		x''		3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↘	-0.3	↗	$-\infty$	↗	-8.7	↘	$+\infty$ ↘ 1

●



● on pourra remarquer graphiquement que C_f n'admet pas un axe de symétrie **erreur**

● a) $\forall x \in IR \setminus \{1,3\}$
$$g(x) - f(x) = \frac{4x^2-9x+9}{x^2-4x+3} - \frac{x^2+3x}{x^2-4x+3} = \frac{3x^2-12x+9}{x^2-4x+3}$$
$$= \frac{3(x^2-4x+3)}{x^2-4x+3} = 3 \Rightarrow g(x) = f(x)+3$$

b) On obtient C_g par translation de C_f de vecteur $3\vec{j}$

c) voir repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

d)

x	$-\infty$	x'		1		x''		3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	↘	2.7	↗	$-\infty$	↗	-5.7	↘	$+\infty$ ↘ 4

Exercice n° 8

$$f(x) = \frac{x^2}{|x+1|-|x-1|}$$

● a) f est définie si et seulement si $|x+1|-|x-1| \neq 0$

Or $|x+1|-|x-1| = 0 \Leftrightarrow |x+1| = |x-1|$

$\Leftrightarrow x+1 = x-1$ *ou* $x+1 = -(x-1) = -x+1$

$\Leftrightarrow 1 = -1$ *ou* $x = 0$ *d'où* $Df = IR^*$

impossible

b) $x \in IR^*$, $-x \in IR^*$

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{|-x+1|-|-x-1|} = \frac{x^2}{|-(x-1)|-|-(x+1)|}$$
$$= \frac{x^2}{|x-1|-|x+1|} = -f(x)$$
$$|-a| = |a|$$

Donc f est une fonction impaire

● Ecrivant $f(x)$ sans le symbole valeur absolue

x	$-\infty$		-1		1	$+\infty$
$x+1$	$-$		0	$+$		$+$
$\lvert x+1 \rvert$	$-x-1$		0	$x+1$		$x+1$
$x-1$	$-$			$-$	0	$+$
$\lvert x-1 \rvert$	$-x+1$			$-x+1$	0	$x-1$

Don on aura :
$$\begin{cases} f(x) = -\frac{x^2}{2} & si \le 1 \\ f(x) = \frac{x}{2} & si -1 \le x \le 1 \\ f(x) = \frac{x^2}{2} & si\ x \ge 1 \end{cases}$$

On a : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{2} = 0$

D'où f admet un prolongement par continuité noté g tel que : $g : x \to \begin{cases} g(x) = f(x) & si\ x \neq 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$

● a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{g(x)-g(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{x}{2}}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$

Donc g est dérivable en 0 et g' (0) = $\frac{1}{2}$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn